

待ち行列からの退去過程に対する Blind IS 法による特性評価

森口 健一[†](正員) 中川 健治^{††a)}(正員)

Performance Evaluation for a Tandem Queue by Blind IS Simulation

Ken-ichi MORIGUCHI[†]
and Kenji NAKAGAWA^{††a)}, Regular Members

[†] 株式会社富士通プライムソフトテクノロジー, 名古屋市
Fujitsu Primesoftware Technologies Ltd, Aoi 1-16-38,
Higashi-ku, Nagoya-shi, 461-0004 Japan

^{††} 長岡技術科学大学電気系, 長岡市
Department of Electrical Engineering, Nagaoka University of
Technology, Nagaoka-shi, 980-2188 Japan

a) E-mail: nakagawa@nagaokaut.ac.jp

あらまし ATM によるマルチメディア通信で要求される 10^{-10} 以下のセル廃棄率を, 通常のモンテカルロシミュレーション法 (MC 法) で求めるのは困難である. また, インポートランスサンプリングシミュレーション法 (IS 法) も, 対象となるトラヒックの確率法則が未知の場合には適用することができない. 一方, Blind IS 法 [1] はトラヒックの確率法則を知らなくても実行できる IS 法であり, 未知のトラヒックに対して適用できる. 本研究では, 待ち行列に対する Blind IS 法において, 到着数に対する新たな受入棄却関数を提案し, 前段の待ち行列からの退去過程を入力とする待ち行列の 10^{-10} 以下のセル廃棄率の推定値を得ることを目的とする.

キーワード Blind IS, 待ち行列からの退去過程, セル廃棄率, 大偏差理論

1. まえがき

ATM (Asynchronous Transfer Mode) ネットワークにおいてマルチメディア通信を実現するには 10^{-10} 以下のセル廃棄率が要求される. しかし一般的なモンテカルロ (MC: Monte Carlo) 法によるシミュレーションでは計算時間と乱数の精度の問題により 10^{-10} 以下のセル廃棄率を求めるのは困難である [2]. そこでインポートランスサンプリング (IS: Importance Sampling) 法の適用を考える. IS 法はもとのトラヒックの分布を変化させたシミュレーション分布を用いて 10^{-10} 以下のセル廃棄率を推定することができる. IS 法を適用するためには, シミュレーション分布の決定のためにトラヒックの確率法則を知っている必要があるが, 実際のシステムではその複雑さゆえにトラヒックの確率法則を見出すことは現実的ではない. そのため, トラ

ヒックの確率法則を必要としない IS 法の適用が望まれる.

トラヒックの確率法則の知識を必要としない IS 法は Blind IS 法と呼ばれ [1], 観測系列を受入れまたは棄却することによりシミュレーション系列を生成する.

一般的に待ち行列からの退去過程は複雑な統計的性質をもち, 通常の IS 法の適用が困難である. そこで本研究では, 1 段目の待ち行列を M/D/1 待ち行列あるいは 2 状態 MMPP/D/1 待ち行列とし, 1 段目の待ち行列からの退去過程を入力とするサービス時間一定の 2 段目の待ち行列に Blind IS 法を適用してそのセル廃棄率特性の評価を行う.

2. 従来法によるシミュレーション

2.1 IS シミュレーション

IS 法は所望の事象が起こりやすいようなシミュレーション分布を用いて事象を発生させ, 得られた標本値を重み関数で補正して所望の確率を求める [2]. もとの分布の確率密度を $p(x)$, シミュレーション分布の確率密度を $q(x)$ とすると, シミュレーション分布ともとの分布の変化分を重み関数 $p(x)/q(x)$ によって補正する. 重み関数に $p(x)$ が用いられており, もとの分布の知識なしでは推定値を得ることができない.

2.2 Blind IS シミュレーション

Blind IS 法 [1] では, 観測系列 $\{X_i\}$ を受入れまたは棄却して, 所望の事象が起こる割合が大きくなるようなシミュレーション系列を生成する. 受入れ/棄却には $0 \leq h(x) \leq 1$ を満足する関数 $h(x)$ を用いる. この $h(x)$ を受入れ棄却関数と呼ぶ. $\{U_i\}$ を区間 $[0, 1]$ 上の一様乱数系列として $U_i \leq h(X_i)$ ならば X_i を受け入れ, $U_i > h(X_i)$ ならば棄却する. 受け入れられたものだけの系列をシミュレーション系列として用いる. もとの系列の確率密度を $p(x)$ とおくと, シミュレーション系列の確率密度 $q(x)$ は

$$q(x) = \frac{p(x)h(x)}{a} \quad (1)$$

となる. ここで, a は $\{X_i\}$ の受入れ確率である. このとき Blind IS 法における重み関数は

$$\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{p(x)}{p(x)h(x)/a} = \frac{a}{h(x)} \quad (2)$$

となり $p(x)$ に依存しない. したがって, もとの系列の確率法則が未知の場合にも適用することが可能である. すなわち, 一般的に複雑なトラヒックとなり通常の IS 法の適用が困難な待ち行列からの退去過程に対

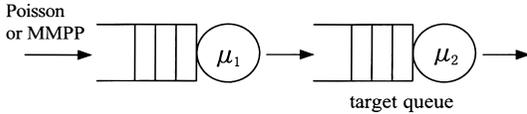


図1 Poisson または MMPP を入力とする直列待ち行列
Fig.1 Tandem queues with Poisson or MMPP input.

しても適用することができる。ここで、受入れ確率 a は推定する必要があるが、情報量としてはそれほど多くない。

(1) Blind IS 法の待ち行列への適用

待ち行列長が 0 のときから次に 0 になるときまでをサイクルという。待ち行列に対する従来の Blind IS 法 [1] においてはサイクル単位での受入れ/棄却が提案されている。サイクル単位での受入れ/棄却というのは、サイクルのなかで待ち行列長がある値を超えたらそのサイクル全体を受け入れ、そうでなければサイクル全体を棄却するという方法である。しかし到着率の低い待ち行列では待ち行列長がある程度以上は長くないので、サイクル単位での受入れ/棄却ではほとんど受入れが行われず、シミュレーション系列を生成することができない。

(2) 退去過程への適用

1 段目の待ち行列からの退去過程を入力とする 2 段目の待ち行列に Blind IS 法を適用することを考える。1 段目の待ち行列への入力 Poisson 過程または MMPP (Markov Modulated Poisson Process) とし、サービスはサービス率 μ_1 の一定サービスとする。また、2 段目の待ち行列のサービスはサービス率 μ_2 の一定サービスとする。 $\lambda < \mu_2 < \mu_1$ とする (図 1 参照)。

3. 提案する Blind IS 法

3.1 受入れ棄却関数

待ち行列に対する従来の Blind IS 法 [1] ではサイクル単位での受入れ/棄却が行われる。しかし到着率が小さい場合にはサイクル単位での受入れ/棄却では待ち行列長が長くないという問題がある。そこで、到着数単位での受入れ/棄却を行う [3]。

ある長さの時間区間をタイムスロットと定義し、1 タイムスロット中の 2 段目の待ち行列への到着数を x として受入れ棄却関数 $h(x)$ を次のように定義する。

$$h(x) \equiv \min[e^{\theta(x-t)}, 1] \quad (3)$$

ここで、 θ は正の実数、 t は正の整数であり、これらの値は後で決定する。1 タイムスロット中の到着数 x

を観測し、一様乱数 u を発生させる。 $u \leq h(x)$ ならば x 個の到着をすべて受け入れ、 $u > h(x)$ ならば x 個の到着をすべて棄却する。受け入れられた系列を入力として IS 法を適用する。

例えば、式 (3) で $t = 2$ とすると、 $x = 0, 1$ のときには確率的に受け入れられ、 $x \geq 2$ のときには確実に受け入れられる。その結果、到着率が大きくなって待ち行列長が長くなり、廃棄事象が発生する頻度が高くなって小さい廃棄確率を推定することが可能となる。

受入れ棄却関数として式 (3) の形の関数を用いる理由は、文献 [1] で独立同分布 (i.i.d: independent and identically distributed) 確率関数に対する Blind IS 法において効率的であることが示されている関数 $h_B(x)$ (文献 [1], p.2882) を参考にしたためである。

3.2 タイムスロット幅 w と $h(x)$ のしきい値 t

2 段目の待ち行列への到着数は 1 段目の待ち行列のサービス時間当り 0 または 1 である。すなわち、2 以上の到着がないため式 (3) を用いた受入れ/棄却では待ち行列長が長くない。そこで、シミュレーションの単位時間であるタイムスロット幅を 1 段目の待ち行列のサービス時間よりも長くする。タイムスロット幅を 1 段目の待ち行列のサービス時間の w 倍とすると、単位時間当りの到着数は $0 \sim w$ となり、式 (3) を用いた受入れ/棄却が有効となる。

しかし、 w を大きくしすぎると逆に待ち行列長が長くない。 w を大きくすることにより、到着数が増えて受入れ確率が大きくなり棄却されなくなる。棄却が行われなければ到着率はサービス率よりも小さいままとなり、待ち行列長が長くない。そこで、式 (3) におけるしきい値 t を変化させて受入れ確率をおさえる。 t を大きくすれば確実に受け入れられる到着が減り、受入れ確率が小さくなる。

タイムスロット幅 w としきい値 t を適切に決めることにより良い推定値を得ることができる。適切なタイムスロット幅としきい値の組はトラヒックパラメータにより変化するが、良い推定値が得られる場合が多かったタイムスロット幅 $w = 3$ 、しきい値 $t = 3$ を用いる。

3.3 θ の決定

式 (3) において θ が推定値及び分散に大きな影響を与える。そのため適切な θ を選ぶことが重要である。既知のトラヒックに対しては large deviation theory より待ち行列長の変化量のモーメント母関数 $M(\theta) = 1$ を満たす θ が最適な θ となる [2]。最適な θ とは推定

値の分散が最小となる θ である .

いま, 待ち行列からの退去過程を入力とする 2 段目の待ち行列を考えている . 幅 w のタイムスロットにおける 2 段目の待ち行列への到着数を x とし, x のタイムスロットごとの分布を $p(x)$ とする . 待ち行列長が十分長いとき, 1 タイムスロット当りの待ち行列長の変化は $x - w\mu_2$ となるので, そのモーメント母関数は

$$M(\theta) = \sum_{x=0}^w p(x)e^{\theta(x-w\mu_2)} \quad (4)$$

となる . そして方程式 $M(\theta) = 1$ を満たす θ を用いる .

θ の決定のために 1 タイムスロットの到着数分布 $p(x)$ を推定してそれを利用しているが, 退去過程の確率過程としての統計的性質のすべてを推定しているわけではない . つまり, トラヒックに関する一部の情報だけで θ を決定しているのである . そこで, $p(x)$ がトラヒックに関するすべての統計的性質でないことを示すために, 1 タイムスロットの到着数分布が $p(x)$ となる (相関を考慮しない) Bernoulli モデルの MC 法によるセル廃棄率の推定値と比較する .

4. シミュレーションと考察

1 段目の M/D/1 の到着率 λ , サービス率 μ_1 及び 2 段目の待ち行列のサービス率 μ_2 , タイムスロット幅 w , 受入れ棄却関数 $h(x)$ のしきい値 t を表 1 に示す . また 1 段目が 2 状態 MMPP/D/1 の場合の各状態の到着率 λ_i , 状態遷移確率 r_{ij} , $i, j = 0, 1$ と μ_1, μ_2, w, t を表 2 に示す .

表 1, 表 2 のそれぞれの場合における Blind IS 法による 2 段目の待ち行列のセル廃棄率の推定結果を, 図 2 ~ 図 4 に示す . また 1 段目の待ち行列からの退去

表 1 シミュレーションパラメータ (1)

Table 1 Parameters of tandem queues and blind IS (1).

	λ	μ_1	μ_2	w	t
case 1	0.48	1.0	0.6	3	3
case 2	0.30	1.0	0.6	3	3

表 2 シミュレーションパラメータ (2)

Table 2 Parameters of tandem queues and blind IS (2).

	λ_0	λ_1	r_{01}	r_{10}	μ_1	μ_2	w	t
case 3	0.6	0.4	0.9	0.1	1.0	0.6	3	3
case 4	0.3	0.1	0.9	0.1	1.0	0.6	3	3
case 5	0.9	0.1	0.1	0.1	1.0	0.6	3	3
case 6	0.9	0.1	0.1	0.1	1.0	0.6	15	15

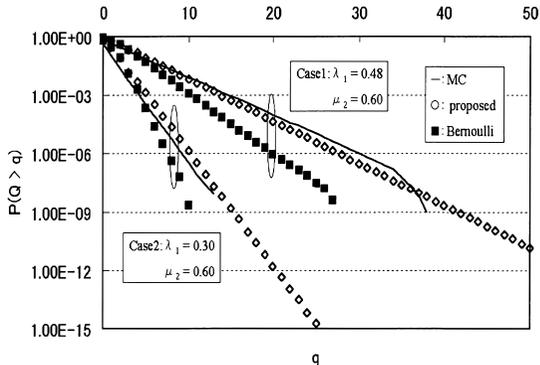


図 2 M/D/1 からの退去過程のセル廃棄率に対する推定値の比較

Fig. 2 Estimation for the cell loss probability of the departure process from M/D/1.

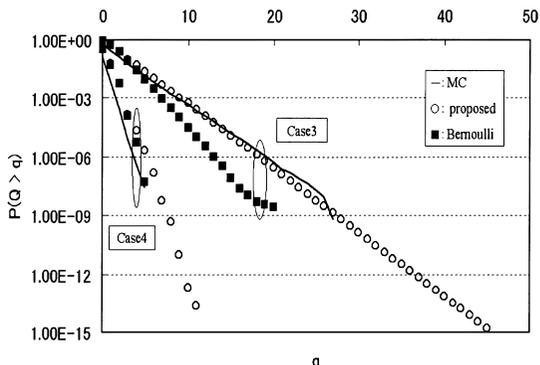


図 3 MMPP/D/1 からの退去過程のセル廃棄率に対する推定値の比較

Fig. 3 Estimation for the cell loss probability of the departure process from MMPP/D/1.

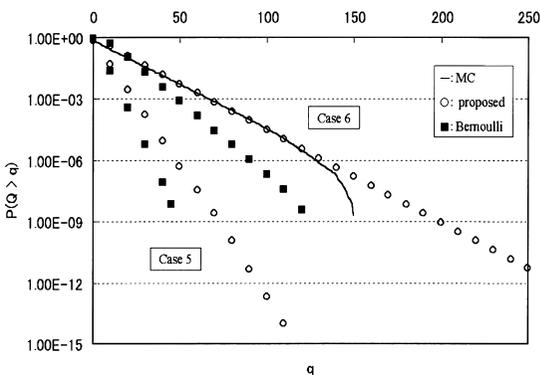


図 4 パラメータ w と t の変更による推定精度の改良

Fig. 4 Improvement of the estimation by altering the parameters w and t .

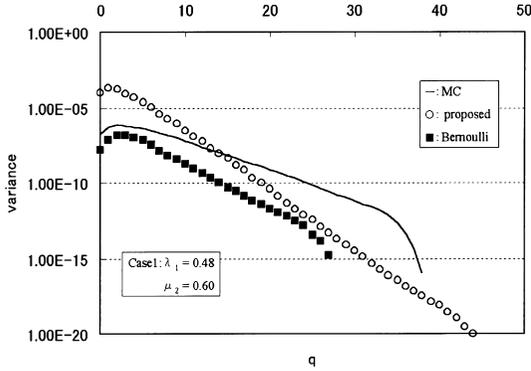


図 5 M/D/1 からの退去過程のセル廃棄率に対する推定値の分散の比較
 Fig. 5 Variance of estimates for the cell loss probability of the departure process from M/D/1.

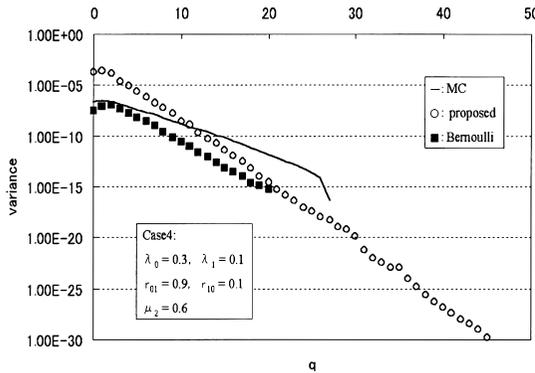


図 6 MMPP/D/1 からの退去過程のセル廃棄率に対する推定値の分散の比較 (case 4)
 Fig. 6 Variance of estimates for the cell loss probability of the departure process from MMPP/D/1 (case 4).

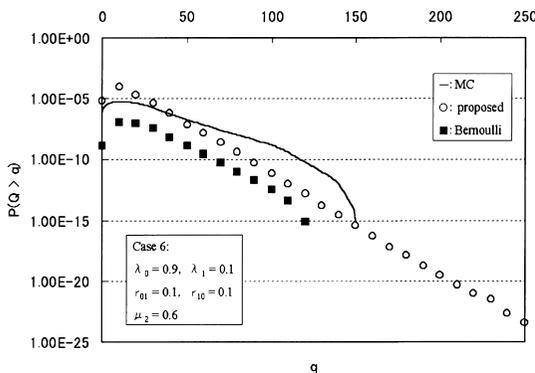


図 7 MMPP/D/1 からの退去過程のセル廃棄率に対する推定値の分散の比較 (case 6)
 Fig. 7 Variance of estimates for the cell loss probability of the departure process from MMPP/D/1 (case 6).

過程を、 θ の決定に用いた $p(x)$ に従う Bernoulli モデルと考えた場合のセル廃棄率も示す。

図 2, 図 3 において 1 段目の M/D/1 からの退去過程を Bernoulli モデルとした場合には良い推定ができていないが, 提案法による推定値は精度の良い推定値が得られている. 提案法では, M/D/1 からの退去過程を入力とする場合にはほとんどすべての場合において精度の良い推定ができていることを確認した. また, MMPP/D/1 からの退去を入力とする場合にはパースト性の低い場合に良い推定値が得られた. 退去過程では相関が生じるが Bernoulli モデルでは相関を考慮していない. それに対して提案法では, 退去過程の系列を用いてシミュレーションを行っているので, 退去過程の相関を考慮した方法になっている.

図 4 では case 5 と case 6 の比較を示している. case 5, case 6 とも同一の MMPP とサービス率を用いているが, タイムスロット幅 w と式 (3) のしきい値 t が異なる. MMPP のパースト性が高いので, case 5 においては良い推定値が得られていないが, case 6 のようにタイムスロット幅 $w = 15$, しきい値 $t = 15$ とすることによって精度の良い推定値が得られている.

また, いずれの場合にも提案法では MC 法で得られていない 10^{-10} 以下のセル廃棄率を推定できている.

図 5 に図 2 の case 1 の推定値の分散を, 図 6 に図 3 の case 3 の推定値の分散を, 図 7 に図 4 の case 6 の推定値の分散を示す. 待ち行列長が短いときには MC 法による分散が小さくなっているが, 待ち行列長が長くなるにつれ提案法の分散のほうが小さくなっており, 提案法が稀少確率の推定に有効であることがわかる.

以上の例においては MC 法との比較を示したため, 10^{-10} 以下の値で比較することができない. そこで,

表 3 M/M/1 からの退去過程に対する $P(Q > q)$ の理論値と提案法による推定値の比較 ($\lambda = 0.5, \mu_1 = \mu_2 = 1$)

Table 3 Comparison of the theoretical value of $P(Q > q)$ and the estimation by the proposed method for the departure process from M/M/1 ($\lambda = 0.5, \mu_1 = \mu_2 = 1$).

q	$P(Q > q)$ theoretical	$P(Q > q)$ proposed
0	5.0×10^{-1}	5.1×10^{-1}
5	1.2×10^{-3}	1.3×10^{-3}
10	2.3×10^{-6}	2.2×10^{-6}
15	4.3×10^{-9}	3.2×10^{-9}
20	6.9×10^{-12}	5.7×10^{-12}

1 段目のサービスをサービス率 μ_1 の指数サービスとしたときの退去過程を, サービス率 μ_2 の一定サービスをもつ 2 段目の待ち行列に入力したときのセル廃棄率を考える. その廃棄率の理論値と提案法による推定値との比較を表 3 に示す.

1 段目からの退去過程は Poisson 過程になるので, 2 段目の待ち行列における廃棄率の理論値は容易に得られる. 提案法の結果は, $\lambda = 0.5$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$ とし, 100 個の標本の平均値を示している. 低い確率の値に対してやや危険側になる場合があるが, ほぼ精度の良い推定値が得られていることが確認できる.

5. む す び

M/D/1 待ち行列及び MMPP/D/1 待ち行列からの退去過程を入力とする待ち行列に対して, 10^{-10} 以下のセル廃棄率の推定値を Blind IS 法によって得ることができた. また, 待ち行列長が長い場合に MC 法による推定値よりも分散が小さくなり, 提案法が稀少確率の推定に有効であることがわかった.

今後の課題としては, 推定精度の良くなかった場合, すなわち 1 段目の待ち行列がバースト性の高い MMPP/D/1 の場合についての検討があげられる. また, θ の決定のために 1 タイムスロットの到着数分布 $p(x)$ を推定しているが, このような推定をなるべく行わない方法について検討する. 更に, これまでに行った数値例では, 到着率が低い場合に安全側となり, 到着率が高い場合に危険側となる傾向が見られた. このことに関しても検討したい.

文 献

- [1] J. Bucklew, "The Blind Simulation Problem and Regenerative Processes," IEEE Trans. Information Theory, vol.44, no.7, pp.2877-2891, Nov. 1998.
- [2] 小川耕司, 中川健治, "MMPP/D/1 キューイングにおける最適 IS シミュレーション分布," 信学論 (B-I), vol.J80-B-I, no.2, pp.64-73, Feb. 1997.
- [3] 小柳津真, 中川健治, "待ち行列に対するブラインド IS シミュレーション," 長岡技科大課題研報, March 2000.
(平成 13 年 9 月 19 日受付, 14 年 1 月 7 日再受付)