論　文

DRR スケジューラのパケット廃棄確率算出における NS-2 へのインポータンスサンプリングシミュレーションの適用について

和泉　光紀[†]　　中川　健治[††a)]　　横谷　哲也[†††]

Application of Importance Sampling Simulation to NS-2 for Packet Loss Probability of DRR Scheduler

Kouki IZUMI[†], Kenji NAKAGAWA[††a)], and Tetsuya YOKOTANI[†††]

あらまし　ネットワークシミュレータ NS-2 を用いて DRR (Deficit Round Robin) のパケット廃棄確率を推定する．IS (Importance Sampling) シミュレーション法を適用し，シミュレーションを高速化し，かつ推定精度を向上させる．その際，推定値の分散を最小にする分布，いわゆる最適シミュレーション分布を決定して使用する．MC (Monte Carlo) 法と IS 法によるシミュレーション結果を比較し，考察する．

キーワード　不足ラウンドロビン，パケット廃棄確率，NS-2，インポータンスサンプリングシミュレーション

1. まえがき

現在のインターネットでは，パケットの転送品質が特に保証されない，いわゆるベストエフォート型のサービスが提供されている．これに対して，次世代ネットワークでは，パケットの遅延や遅延変動，パケット廃棄確率等の QoS (Quality of Service) を保証するサービスが検討されている [4]．各種のアプリケーションを複数の QoS クラスに分類し，各クラスごとに QoS を保証する．ITU-T Rec. Y.1541 [4] では，最もパケット廃棄確率の厳しいクラスでは 10^{-5} の値が想定されている．したがって，実際のネットワークにおいてこのような小さな値を評価する必要がある．

また，一つのルータにおいて複数のフローが処理されるとき，それぞれのフローに提供されるサービス量の公平性も重要である．例えば，ルータで TCP フローと UDP フローが同時に処理されている場合，通常の FIFO (First-In-Firct-Out) によるパケット処理では UDP のスループットが TCP のそれよりも大きくなり著しく不公平な結果となる．このような不公平性をなくすため，RR (Round Robin)，WRR (Weighted Round Robin) [5]，DRR (Deficlit Round Robin) [9] 等のスケジューラが提案されている．これらのスケジューラでは，各フローを個別のキューに収容し，キューから順番にパケットを読み出す．RR では各キューは同じ割合で読み出される．WRR ではフローの重みに従って異なる割合で読み出される．また，DRR では各フローに対してクォンタムというパケット処理のための Byte 数が割り当てられ，クォンタムサイズに比例したスループットが各フローに与えられる．DRR のアルゴリズムについての詳細は後述する．

DRR はフローごとのスループットの公平性を達成するアルゴリズムとして優れた特性をもち，したがって，そのパケット廃棄確率を評価することは実用上，重要なことである．RR や WRR 等の他のスケジューラに対してそのパケット廃棄確率を評価することも重要な課題である．しかし，例えば，RR や WRR では DRR におけるクォンタムを適当な値に設定することによって模擬でき，本研究を適用して評価することができると考える．

DRR では，各フローを個別キューに収容したり，round robin で個別キューを順番に回ってクォンタム

† (株) コナミディジタルエンタテインメント，東京都
Konami Digital Entertainment Co., Ltd., Tokyo, 176–0022 Japan
†† 長岡技術科学大学，長岡市
Nagaoka University of Technology, Nagaoka-shi, 940–2188 Japan
††† 三菱電機株式会社情報技術総合研究所，鎌倉市
Mitsubishi Electric Corporation, Kamakura-shi, 247–8501 Japan
a) E-mail: nakagawa@nagaokaut.ac.jp

に基づく Deficit Counter 値とパケット長を比較してパケットをサーバに送る処理をしたり，と処理プロトコルが複雑なため，パケット廃棄確率を理論的に解析することは困難である．そこで，実際のネットワーク設計は計算機シミュレーションによって行われている．しかし，C 言語による待ち行列シミュレーションでは，パケットに対する各層の処理プロトコルを実装することは難しい．そこで，ネットワークの設計のために多くの研究者，開発者によって利用されているネットワークシミュレータ NS-2 による特性評価を考える．

NS-2 を用いて DRR のパケット廃棄確率シミュレーションを行う場合，例えば，DRR へのパケット到着をポアソン過程などの確率過程とすると，パケット廃棄確率の推定は乱数を使用するモンテカルロ (Monte Carlo, MC) シミュレーション法によるのが一般的である．NS-2 に MC 法を適用すると，シミュレーションモデルの確率的構造を直接利用することができ，簡単にプログラムを作成することができる．しかし，10^{-5} 以下の小さい廃棄確率の場合，注目するパケット廃棄事象がなかなか発生せず，シミュレーションに時間が掛かり，また推定値の信頼性も低い．

そこで，NS-2 によるシミュレーションの高速化と推定値の推定精度の向上のためにインポータンスサンプリング (Importance Sampling, IS) シミュレーション法を適用する．IS 法は実際の確率変数と異なる確率変数を使用して小さい確率の事象をより多く発生させて，得られた値を補正して目標とする確率を得る方法である．

パケット廃棄確率に関する従来の IS 法では，抽象的な待ち行列システムが用いられ，C 言語等でプログラムが作成された．しかし，実際のネットワークでの特性評価のためにはパケットのプロトコル処理を含む様々なアルゴリズムの環境のもとで評価を行う必要がある．そこで，本研究の目的を以下のとおりとする．

(I)　ネットワークシミュレータ NS-2 を用いて DRR のパケット廃棄確率を推定する．

(II)　IS 法を適用し，シミュレーションを高速化し推定精度を向上させる．その際，推定値の分散を最小にする分布，いわゆる最適シミュレーション分布を決定して使用する．

(III)　MC 法と IS 法によるシミュレーション結果を比較し，考察する．

2. DRR について

DRR (Deficit Round Robin) スケジューラは，各フローに対して事前に与えられたクォンタムという値に比例したパケット送信量を保証するスケジューリングアルゴリズムである [9]．DRR のアルゴリズムについて述べる．

入力フロー数を K とし，各フローのフロー番号を k, $k=1,\cdots,K$ とする．フロー k のパケットはバッファ内の仮想キュー k に収容され，仮想キューの先頭パケットが round robin 的に $k=1,2,\cdots$ の順にスケジューラによってアクセスされる．各フロー k にはクォンタム δ_k が割り当てられ，不足カウンタ DC_k (Deficit Counter) の値によって先頭パケットをサーバに送るかどうかを決める．仮想キュー k が空でないときにアクセスのたびに DC_k にクォンタム δ_k が加算され，DC_k が先頭パケットのパケット長 l_k よりも大きいときパケットはサーバに送られて処理される．DRR の動作アルゴリズムを下記に示す．ただし，$l_k \geq \delta_k$ とする．

［DRR の動作アルゴリズム］

1　Initialize $DC_k = 0,\ k=1,\cdots,K$

2　$k = 1$

3　if queue k is empty

　　then $DC_k = 0$

　　:goto 6

4　else $DC_k = DC_k + \delta_k$

5　if $DC_k \geq l_k$

　　then send packet to server

　　:process packet at server

　　:$DC_k = DC_k - l_k$

6　$k = k + 1 \pmod K$

7　go to 3

各フローの送信量の公平性に関して次の評価が得られる [9]．

［定理］ DRR によって t 時間に送信されるフロー k の Byte 量を $s_k(t)$ [Byte] とすると次式が成り立つ．

$$\max_{k,j}\left|\frac{s_k(t)}{\delta_k}-\frac{s_j(t)}{\delta_j}\right| < 1+\frac{2l_{\max}}{\delta_{\min}}$$

ただし，上式において $\delta_{\min}=\min\{\delta_1,\cdots,\delta_K\}$ 及び $l_{\max}=\max\{l_1,\cdots,l_K\}$ とおいた．

3. インポータンスサンプリングシミュレーション法

確率的シミュレーションにおいて，通常のモンテカルロ (Monte Carlo, MC) 法では得られない小さな確率に対する推定値を得る方法としてインポータンスサンプリング (Importance Sampling, IS) 法がある [1], [8], [10]．ここで，IS 法の概要を説明するために正規分布の標本平均の裾確率に対するシミュレーションを考える．

3.1 正規分布の裾確率に対する IS 法

標準正規分布 $\mathcal{N}(0,1)$ に従う互いに独立な確率変数を $X(i)$, $i=1,\cdots,n$ とし，それらの標本平均を $\bar{X}\equiv\sum_{i=1}^{n}X(i)/n$ とおく．$a>0$ を定数として，$\bar{X}$ の裾確率 $P(\bar{X}>a)$ をシミュレーションによって推定したい．a が大きいと通常の MC 法では $\{\bar{X}>a\}$ となる事象はなかなか発生しないのでシミュレーションに膨大な時間が掛かる．また，乱数の精度や周期の問題もある [6]．そこで，IS 法を適用する．IS 法では，$X(i)$ の代わりに他の正規分布に従う確率変数 $X'(i)$ を使って，事象 $\{\bar{X}'>a\}$ が発生しやすくなるようにする．ここで，$\bar{X}'$ は $X'(i)$, $i=1,\cdots,n$ の標本平均を表す．元の $X(i)$ 及びシミュレーションに使う $X'(i)$ の確率密度関数を，それぞれ，$p_0(x)$ 及び $p'(x)$ とおく．$p'(x)$ をシミュレーション分布と呼ぶ．$P(\bar{X}>a)$ に対する IS 推定値 $\hat{P}_{\mathrm{IS}}$ は次のように与えられる．

$$\hat{P}_{\mathrm{IS}}=\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}1_a(\bar{x}'_m)\frac{p_0(x'_m(1))\cdots p_0(x'_m(n))}{p'(x'_m(1))\cdots p'(x'_m(n))}$$

ここで，$x'_m(i)$, $i=1,\cdots,n$, $m=1,\cdots,M$ は m 番目の標本平均を発生させるときの X'_i の実現値を表し，その標本平均を $\bar{x}'_m$ としている．$p_0(\ )$, $p'(\ )$ は，それぞれ，確率分布 p_0, p' による評価を表す．また，$1_a(\bar{x}'_m)$ は条件 $\bar{x}'_m>a$ が成り立つとき 1，そうでないとき 0 となる関数を表す．$\bar{X}'$ によって多く発生している事象 $\{\bar{X}'>a\}$ の確率を補正するために「重み関数」

$$W_m\equiv\frac{p_0(x'_m(1))\cdots p_0(x'_m(n))}{p'(x'_m(1))\cdots p'(x'_m(n))} \qquad (1)$$

が掛け算されている．この補正によって IS 推定値 $\hat{P}_{\mathrm{IS}}$ は $P(\bar{X}>a)$ に対する不偏推定量になっている [1]．

IS 推定値 $\hat{P}_{\mathrm{IS}}$ の分散を $V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ と表す．適当なシミュレーション分布 p' を用いると $V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ を MC 法による推定値の分散よりも小さくすることができる．$\min_{p'}V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ を達成する $p'=p^*$ が最も精度の良い推定値を与えることになる．標本平均の発生回数を M とすると，分散 $V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ は M^{-1} に比例するから，IS 推定値の分散を MC 推定値の分散と同程度にすれば M は小さくて済む．すなわち，シミュレーションが高速化される．IS 法では $\min_{p'}V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ を達成する $p'=p^*$ を得ることが重要である．この分布 p^* を最適シミュレーション分布と呼ぶ．正規分布の裾確率に対する IS 法の場合，最適シミュレーション分布 p^* は大偏差理論を利用して次のように得られる [10]．

$p_0(x)$ のモーメント母関数を $\varphi_X(\theta)$ とし，$p_0(x)$ に対する指数的測度変換 $p_\theta(x)$ を

$$p_\theta(x)=\frac{e^{\theta x}p_0(x)}{\varphi_X(\theta)},\ \theta\in\mathbb{R},\ -\infty<x<\infty \qquad (2)$$

と定義する [10]．ただし，$\mathbb{R}$ は実数全体を表す．$J(p')=\lim_{n\to\infty}(1/n)\log V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ とおくと，$\min_{p'}J(p')$ を達成する $p'=p^*$ は

$$p^*=p_{\theta^*},\ \theta^*\ \text{は}\ \frac{\varphi'_X(\theta)}{\varphi_X(\theta)}=a\ \text{の解} \qquad (3)$$

となる [10]．$\varphi'_X(\theta)$ は θ による微分を表す．実際に方程式 $\varphi'_X(\theta)/\varphi_X(\theta)=a$ を解くと $\theta^*=a$ となり，最適シミュレーション分布 $p^*=p_a$ は平均 a，分散 1 の正規分布 $p^*=\mathcal{N}(a,1)$ であることが分かる．$p^*=\mathcal{N}(a,1)$ をシミュレーション分布とするとき重み関数 (1) は，簡単な計算から $W_m=\exp\left(-a\bar{x}'_n(m)+a^2/2\right)n$ となる．

3.2 待ち行列長の裾確率に対する IS 法

IS 法を待ち行列に適用する．定常状態におけるキュー長を Q とし，裾確率 $P(Q>q)$ に対する IS 法を考える．q が大きいと事象 $\{Q>q\}$ はなかなか発生しないので，到着率がより大きな値となるシミュレーション分布 P' を用いてパケットを発生させ，重み関数によって補正して $P(Q>q)$ の推定値を得る．

待ち行列における IS 法では確率 $P(Q>q)$ の推定をサイクル単位で考える [3]．サイクルとはキュー長が正である一つの時間区間のことである．

3.3 キュー長の裾確率に対する IS 推定値

m 番目のサイクルの中でパケットの処理終了時点を $t_m(1),t_m(2),\cdots,t_m(i),\cdots,t_m(I_m)$ とする．$P(Q>q)$ に対する IS 推定値 $\hat{P}_{\mathrm{IS}}$ は以下のように与えられる [3]．

$$\hat{P}_{\mathrm{IS}} = \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \sum_{i=1}^{I_m} 1_q(Q'(t_m(i)))W_m(i) \quad (4)$$

$$D = \frac{1}{M'} \sum_{m=1}^{M'} \sum_{i=1}^{I_m} W_m(i) \quad (5)$$

$$W_m(i) = \frac{P\bigl(Q'(t_m(1)), \cdots, Q'(t_m(i))\bigr)}{P'\bigl(Q'(t_m(1)), \cdots, Q'(t_m(i))\bigr)} \quad (6)$$

ここで，$W_m(i)$ は重み関数である．D は平均サイクル長の IS 推定値であり，(4) の $\hat{P}_{\mathrm{IS}}$ の $1/D$ を除く部分は 1 サイクル中でキュー長が q を超えている時間の長さの IS 推定値である [3]．

IS 推定値の分散 $V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ を最小にする分布 $P' = P^*$ の到着率 λ^* は一般に処理率よりも大きな値となるので，$P' = P^*$ によるキュー長 $Q'(t) = Q^*(t)$ は時間 t とともに発散してしまう．そこで，サイクルを強制的に有限時間で打ち切る．打ち切る方法は以下のようにする．$\sum_{i=1}^{i'} 1_q(Q^*(t_m(i)))W_m(i)$ は十分大きな i' に対して収束するので，キュー長 $Q^*(t)$ が q を超える事象を何回か観測したら収束とみなしてそこでサイクルを終了させる．経験的には 10〜20 回程度の観測で打ち切ると良い結果が得られている．文献 [3] でも同様のことが示されている．この方法をダイナミック IS という [3]．

3.4 最適シミュレーション分布

離散時刻 $t(i)$ におけるもとの分布 P によるキュー長を $Q(t(i))$, $i = 1, \cdots, I$ とする．$Q(t(i))$ がマルコフ連鎖をなすとし，$Q(t(i-1)) > 0$ のとき i.i.d.（独立同分布）確率変数 X によって

$$Q(t(i)) = Q(t(i-1)) + X,\ i = 1, \cdots, I \quad (7)$$

と表されているとする．つまり，キュー長の確率は X によって決まる．このとき，$\hat{P}_{\mathrm{IS}}$ の分散 $V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ を最小にする X^* は次のように与えられる [1]．

X のモーメント母関数を $\varphi_X(\theta) = \sum_x e^{\theta x} P(X = x)$ とし，$P(X = x)$ に対する指数的測度変換を

$$P(X' = x) = \frac{e^{\theta x} P(X = x)}{\varphi_X(\theta)},\ \theta \in \mathbb{R} \quad (8)$$

と定義する．次の定理が成り立つ [1]．

［定理 A］ $V[\hat{P}_{\mathrm{IS}}]$ を最小にする確率変数 $X' = X^*$ は指数的測度変換 $P(X^* = x) = e^{\theta^* x} P(X = x)$ によって与えられる．ここで，θ^* は方程式 $\varphi_X(\theta^*) = 1$, $\theta^* > 0$ の解である．

4. DRR のパケット廃棄確率に対する IS 法

4.1 DRR のモデル化

DRR の Byte 単位のパケット処理をモデル化する．フロー数を K とする．DRR に入力されるフロー k, $k = 1, \cdots, K$ のパケットは，バッファ内で個別の仮想キュー k に収容されクォンタムサイズ δ_k [Byte] が割り当てられる．フロー k のパケットはすべて同一の長さ l_k [Byte] と仮定する．また，$l_k \geq \delta_k$ とする．フロー k の到着レートを Λ_k [Byte/s] とし，パケットの到着はポアソン過程に従うとする．サーバの処理率を μ [Byte/s] とし，バッファサイズは無限大とする．したがって，DRR はパラメータ

$$S = ((\Lambda_k, \delta_k, l_k)_{k=1,\ldots,K}, \mu) \quad (9)$$

によって規定される．

本論文では，有限のバッファサイズ q をもつシステムにおけるパケット廃棄確率を，バッファサイズ無限大のシステムにおけるキュー長の裾確率 $P(Q > q)$ で近似している．そこで，本論文では便宜上，$P(Q > q)$ をパケット廃棄確率と呼ぶことにする．また，本論文では検討の最初の段階として，パケット到着を最も基本的な到着過程であるポアソン過程としている．今後，バースト性を表現可能な更に複雑なモデルについても検討してゆきたい．

4.2 DRR のキュー長変化の確率的構造

すべての仮想キューにパケットが 1 個以上あるとすると，仮想キュー k の先頭パケットが，先頭に位置してからサーバに送られるまでに掛かる時間はおよそ l_k/δ_k に比例する．したがって，長い時間で考えると，サーバで処理されるフロー k のパケット数の割合 π_k は

$$\pi_k = \frac{\delta_k / l_k}{\sum_{j=1}^{K} \delta_j / l_j},\ k = 1, \cdots, K \quad (10)$$

となる．

時刻 t における仮想キュー k 内の全パケットの合計 Byte 数を $Q_k(t)$ [Byte] とし，$Q(t) = \sum_{k=1}^{K} Q_k(t)$ [Byte] とおく．ある k に対して $Q_k(t) > 0$ となる時間区間，すなわち，サイクルを考える．サイクルにおいてサーバは連続的に稼働している．一つのサイクル C の中で，パケットのサーバでの処理終了時刻を，順に，$t(1), \cdots, t(i), \cdots, t(I) \in C$ とし，$t(1)$ に処理が

終了するパケットの処理開始時刻を $t(0)$ とする．時間区間 $t(i-1) < t \le t(i)$ に到着するフロー k のパケット数を $n_k(i)$ 個とすると，全フローの Byte 数 $A(i)$ は $A(i) = \sum_{k=1}^{K} n_k(i) l_k$ [Byte] となる．時間区間 $t(i-1) < t \le t(i)$ で処理されるパケットのパケット長を $L(i)$ [Byte] とすると，次の漸化式が成り立つ．

$$Q(t(i)) = Q(t(i-1)) + A(i) - L(i),\ i = 1, \cdots, I$$

ここで，キュー長差 $Q(t(i)) - Q(t(i-1)) = A(i) - L(i)$ について考える．変数 i を省略して $A = A(i)$, $L = L(i)$ として，$X = A - L$ とおく．また，最大パケット長を $l_{\max} = \max(l_1, \cdots, l_K)$ とする．(10) より

$$P(L = l_k) = \pi_k,\ k = 1, \cdots, K, \tag{11}$$

$$P(X = x) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k P(X = x | L = l_k), \quad x \ge -l_{\max} \tag{12}$$

となる．X の確率 (12) 及び X のモーメント母関数 $\varphi_X(\theta)$ を具体的に計算したい．そのために，いくつかの記号を準備する．

まず，$\lambda > 0$ と $n = 0, 1, \cdots$ に対して，

$$R(n; \lambda) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \tag{13}$$

とおく．これはポアソン確率である．時間区間 $t(i-1) < t \le t(i)$ に処理されるパケットがフロー k のパケット，すなわち，長さ l_k [Byte] のパケットであるとする．その処理時間を τ_k [s] とすると，サーバの処理速度が μ [Byte/s] なので，

$$\tau_k = \frac{l_k}{\mu}\ [\mathrm{s}] \tag{14}$$

となる．長さ τ_k の時間区間におけるフロー j のパケットの到着率を λ_{kj} [packet/τ_k] とおく．フロー j の 1 [s] 当りの平均到着レートが Λ_j [Byte/s] であり，1 パケット当りのパケット長が l_j [Byte/packet] なので，

$$\lambda_{kj} = \tau_k \frac{\Lambda_j}{l_j} = \frac{l_k}{\mu} \frac{\Lambda_j}{l_j}\ [\mathrm{packet}/\tau_k] \tag{15}$$

を得る．したがって，長さ τ_k の時間区間においてフロー j のパケットが n_j 個到着する確率は $R(n_j; \lambda_{kj})$ と表される．記号の簡単化のために，$n_1, \cdots, n_K$, $l_1, \cdots, l_K$ に対して，$n \cdot l = \sum_{k=1}^{K} n_k l_k$ と書く．

以上の記号の準備のもとで，X の確率 $P(X = x)$ 及び X のモーメント母関数 $\varphi_X(\theta)$ を計算する．具体的な計算過程は付録 **1.** で述べる．計算結果は以下のようになる．

$$P(X = x) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n \cdot l = x + l_k} \prod_{j=1}^{K} R(n_j; \lambda_{kj}), \quad x \ge -l_{\max}, \tag{16}$$

$$\varphi_X(\theta) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k \exp\big(f(\theta) l_k\big) \tag{17}$$

ここで，

$$f(\theta) = -\theta + \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^{K} \frac{\Lambda_j}{l_j} (e^{l_j \theta} - 1) \tag{18}$$

である．$f(\theta)$ は以下の性質をもつ．(i) $f(0) = 0$, (ii) $f'(0) < 0$, (iii) $f''(\theta) > 0$, (iv) $\lim_{\theta \to \infty} f(\theta) = \infty$ 実際，(i)，(iii)，(iv) はやさしい．(ii) はトラヒック密度 $\rho \equiv \sum_j \Lambda_j / \mu < 1$ より分かる．性質 (i)～(iv) より $f(\theta^*) = 0$, $\theta^* > 0$ を満たす $\theta = \theta^*$ がただ一つ存在する．したがって，方程式 $\varphi_X(\theta) = 1$ は唯一の解

$$\varphi_X(\theta^*) = 1,\ \theta^* > 0 \tag{19}$$

をもつ．

4.3 DRR の最適シミュレーション分布

DRR のパケット廃棄確率に対する IS 法の最適なシミュレーション分布及びその分布をもつ確率変数 X^* を決定する．それは **3.4** の定理 A より，(19) の θ^* を用いて指数的測度変換によって与えられる．すなわち，

$$P(X^* = x) = e^{\theta^* x} P(X = x),\ x \ge -l_{\max} \tag{20}$$

である．(19) より，(20) の X^* が確率変数であること，つまり，$\sum_{x \ge -l_{\max}} P(X^* = x) = \varphi_X(\theta^*) = 1$ が確認される．$\lambda_{kj}^* = e^{l_j \theta^*} \lambda_{kj}$ とおくと，付録 **2.** より

$$P(X^* = x) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n \cdot l = x + l_k} \prod_{j=1}^{K} R(n_j; \lambda_{kj}^*) \tag{21}$$

となる．

(16) と (21) を比較すると，到着率 λ_{kj} が λ_{kj}^* に置き換えられ，π_k, l_k は変わらないことが分かる．したがって，(15) より，$\Lambda_k^* = e^{l_k \theta^*} \Lambda_k$, $k = 1, \cdots, K$ とおくと，X^* における到着率は X における到着率 Λ_k を Λ_k^* に置き換えたものである．もとの DRR

のキュー長変化規則 X を表すシステムパラメータ $S = ((\Lambda_k, l_k, \delta_k)_{k=1,\cdots,K}, \mu)$ に対して，IS 法の最適なシミュレーションの X^* を表すシステムパラメータを $S^* = ((\Lambda_k^*, l_k^*, \delta_k^*)_{k=1,\cdots,K}, \mu^*)$ とおくと，上で述べたことから S と S^* との関係は

$$\Lambda_k^* = e^{l_k\theta^*}\Lambda_k,\ l_k^* = l_k,\ \delta_k^* = \delta_k,\ k = 1,\cdots,K,$$
$$\mu^* = \mu$$

となることが分かる．

4.4 IS 推定値と重み関数

システム S^* による時刻 t での仮想キュー k 内の全パケットの合計 Byte 数を $Q_k^*(t)$ [Byte] とし，$Q^*(t) = \sum_{k=1}^{K} Q_k^*(t)$ [Byte] とおく．**3.3** と同様に，m 番目のサイクル C_m においてパケットの処理終了時刻を $t_m(1),\cdots,t_m(i),\cdots,t_m(I_m)$ とする．$t_m(1)$ に処理が終了するパケットの処理開始時刻を $t_m(0)$ とする．DRR のパケット廃棄確率に対して，システム S^* をシミュレーション分布とする IS 推定値 $\hat{P}_{\rm IS}$ は **3.3** と同様に次のように与えられる．

$$\hat{P}_{\rm IS} = \frac{1}{D}\cdot\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{I_m} 1_q(Q^*(t_m(i)))W_m(i) \quad (22)$$

$$D = \frac{1}{M'}\sum_{m=1}^{M'}\sum_{i=1}^{I_m} W_m(i) \quad (23)$$

$$W_m(i) = \frac{\prod_{h=1}^{i} P\big(Q^*(t_m(h))|Q^*(t_m(h-1))\big)}{\prod_{h=1}^{i} P^*\big(Q^*(t_m(h))|Q^*(t_m(h-1))\big)} \quad (24)$$

$Q^*(t_m(0)) = 0$ とすると，(24) の重み関数 $W_m(i)$ は計算によって次式 (25) のように簡単な形になる．計算過程は付録 **3.** に示す．

$$W_m(i) = \exp\big(-\theta^* Q^*(t_m(i))\big) \quad (25)$$

その結果，(22) の IS 推定値 $\hat{P}_{\rm IS}$ は簡略化されて

$$\hat{P}_{\rm IS} = \frac{1}{D}\cdot\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{I_m} 1_q(Q^*(t_m(i)))e^{-\theta^* Q^*(t_m(i))}$$

$$D = \frac{1}{M'}\sum_{m=1}^{M'}\sum_{i=1}^{I_m} e^{-\theta^* Q^*(t_m(i))}$$

となる．

5. シミュレーションによる比較評価

様々な条件のもとで MC 法と IS 法によるパケット廃棄確率のシミュレーションを行い，推定値の精度，得られる推定値の限界，シミュレーション時間を比較する．本研究ではパラメータとして，フロー数，到着率，処理率，パケットサイズ，クォンタムの値を設定し，NS-2 によってパケット廃棄確率を推定している．また，トラヒックのプロトコルとしては UDP を想定している．

5.1 シミュレーション 1

表 1，表 2 にシミュレーションのパラメータを示す．表 2 に四つの異なる case における，もとの到着率 Λ_k と IS で用いる到着率 Λ_k^* を示す．シミュレーションの終了条件は，MC 法ではサイクル数が 10^7, IS 法では 10^4 とした．これらのサイクル数で MC 推定値の分散と IS 推定値の分散がほぼ同程度となる．

図 1 より MC 法では 10^{-5} 程度が推定の限界である．これは，10^{-5} 程度以下の廃棄確率では MC 法によってはパケット廃棄事象が発生しないためである．サイクル数が 10^7 なので，これをもっと大きくすれば，すなわちシミュレーション時間をもっと長くすれば更に小さい廃棄確率まで推定できる，というわけではない．MC 法による推定の限界は，生成するポアソン乱数の実数としての桁の問題，乱数の周期の問題等によって決まる [6]．一方，IS 法では，非常に小さい廃棄確率の値も得られていて推定の限界はない．これは，IS 法によって廃棄事象が大きな確率で起こるように到着率を大きくしているからであるが，到着率を単に大きくすればいいというものではない．最適な到着率 Λ_k^* を用いることによって分散が小さい安定した推

表 1 シミュレーション 1 の各パラメータ
Table 1 Parameters in simulation 1.

フロー数	$K = 2$
処理率 [kByte/s]	$\mu = 125$
パケットサイズ [Byte]	$l_1 = 100$, $l_2 = 200$
クォンタム [Byte]	$\delta_1 = 10$, $\delta_2 = 10$

表 2 元の到着率 Λ_k と IS の到着率 Λ_k^*, $k = 1, 2$
Table 2 Original arrival rates and IS arrival rates.

	case 1	case 2	case 3	case 4
Λ_1[kByte/s]	12.5	25.0	37.5	50.0
Λ_1^*[kByte/s]	62.8	69.1	69.0	66.3
Λ_2[kByte/s]	12.5	25.0	37.5	50.0
Λ_2^*[kByte/s]	315.4	191.0	126.9	88.0

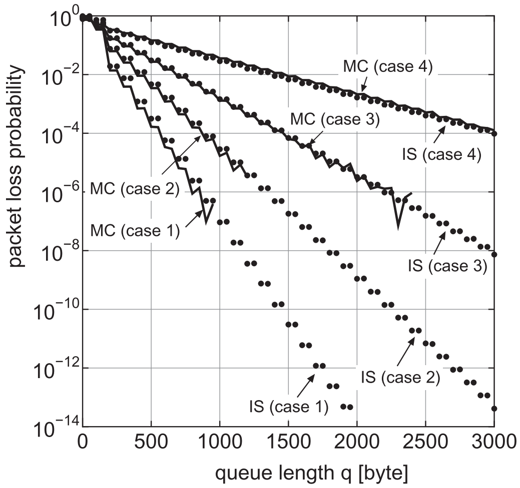

図 1　MC 推定値と IS 推定値（シミュレーション 1）
Fig. 1　MC estimates and IS estimates. (simulation 1)

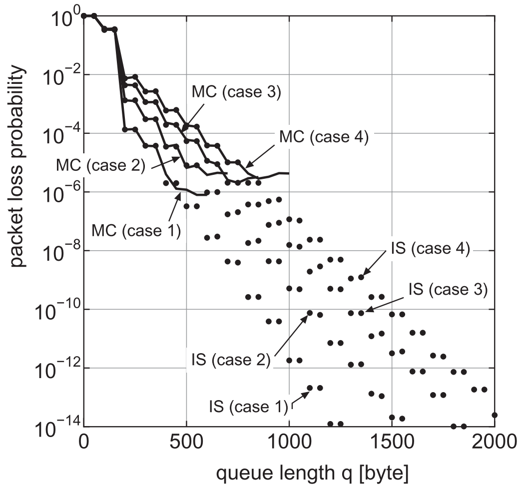

図 2　MC 推定値と IS 推定値（シミュレーション 2）
Fig. 2　MC estimates and IS estimates. (simulation 2)

表 3　シミュレーション 2 の各パラメータ
Table 3　Parameters in simulation 2.

フロー数	$K = 100$
処理率 [kByte/s]	$\mu = 125$
パケットサイズ [Byte]	$l_1 = \cdots = l_{50} = 100$ $l_{51} = \cdots = l_{100} = 200$
クォンタム [Byte]	$\delta_1 = \cdots = \delta_{100} = 10$

表 4　元の到着率 Λ_k と IS の到着率 Λ_k^*
Table 4　Original arrival rates and IS arrival rates.

	case 1	case 2	case 3	case 4
$\Lambda_1, \cdots, \Lambda_{50}$[kByte/s]	0.125	0.250	0.375	0.500
$\Lambda_1^*, \cdots, \Lambda_{50}^*$[kByte/s]	1.057	1.256	1.344	1.382
$\Lambda_{51}, \cdots, \Lambda_{100}$[kByte/s]	0.125	0.250	0.375	0.500
$\Lambda_{51}^*, \cdots, \Lambda_{100}^*$[kByte/s]	8.935	6.309	4.820	3.819

表 5　シミュレーション 3 の各パラメータ
Table 5　Parameters in simulation 3.

フロー数	$K = 100$
処理率 [kByte/s]	$\mu = 125$
パケットサイズ [Byte]	$l_1 = \cdots = l_{100} = 200$
クォンタム [Byte]	$\delta_1 = \cdots = \delta_{100} = 10$
もとの到着率 [kByte/s]	$\Lambda_1 = \cdots = \Lambda_{100} = 0.375$
IS の到着率 [kByte/s]	$\Lambda_1^* = \cdots = \Lambda_{100}^* = 2.965$
キュー長しきい値 q [Byte]	800
標本数	20

定値が得られている．必ずしも最適でない到着率を用いたときの真の確率からのずれについて [3], [7] で検討されている．

なお，図 1 の IS において点が二つずつ横に並んでプロットされているが，これは x 軸の q が 50 刻みであり，一方，パケット長が 100 または 200 なのでキュー長 Q が 100 の整数倍であるためである．このことから，NS-2 によってパケット長が考慮された処理が行われていることが分かる．

5. 2　シミュレーション 2

次に，表 3，表 4 に示すパラメータでシミュレーションを行う．このシミュレーションではフロー数 $K = 100$ と大きな値に設定している．このような条件でも図 2 に示すように，IS 法によって非常に小さい値まで推定できている．一方，シミュレーション 1 と同様に，MC 法では約 10^{-5} が推定限界である．

5. 3　シミュレーション 3 高速性能評価

IS 法の高速性能を評価するため，MC 法と IS 法のシミュレーション時間を比較する．表 5 のパラメータを考える．評価する値は，$q = 800$ として $P(Q > 800)$ である．標本数は 20 である．すなわち，同一の条件で 20 回のシミュレーションを行って，それらの標本平均と標本分散を計算する．$P(Q > 800) \simeq 10^{-4}$ なので MC 法でも精度の良い推定ができ，MC 法と IS 法のシミュレーション時間を直接比較することができる．次の手順 (a)〜(c) によって比較する．

(a)　MC 法によって，1 回のシミュレーションでのサイクル数を 10^7 として 20 回シミュレーションを行い，パケット廃棄確率の 20 個の標本値を得る．それらの標本分散を計算する．

(b)　IS 法で，サイクル数を何種類か変えて (a) と同様にそれぞれ 20 回のシミュレーションを行い，標

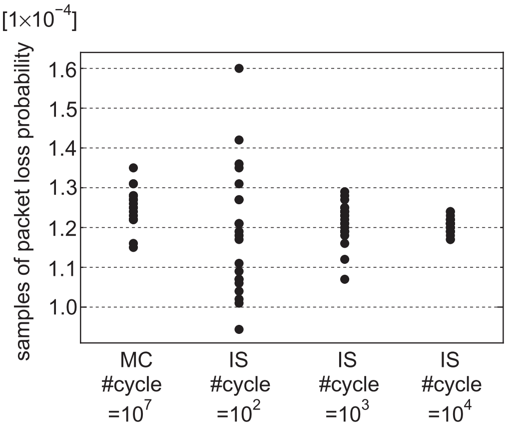

図 3　MC 推定値と IS 推定値のばらつきの比較
Fig. 3　Comparison of sample variance between MC and IS estimates.

表 6　サイクル数を変化させたときの標本分散，計算時間の比較
Table 6　Comparison of sample variance and computation time by varying the number of cycles.

	サイクル数	標本平均	標本分散	時間 [秒]
MC	10^7	1.3×10^{-4}	$\mathbf{2.1 \times 10^{-11}}$	106.0
IS	10^2	1.2×10^{-4}	2.5×10^{-10}	2.4
	10^3	1.2×10^{-4}	$\mathbf{2.7 \times 10^{-11}}$	2.5
	10^4	1.2×10^{-4}	4.1×10^{-12}	3.0

本分散を計算する．

(c)　上記 (a)，(b) で得られた分散が等しいとき推定値の精度が同じと考えて，シミュレーション時間の比較を行う．

図 3 と表 6 より，標本分散が MC 法と同程度となる IS 法はサイクル数が 10^3 であり，サイクル数では 10^4 倍，シミュレーション時間では約 40 倍の高速化が実現されている．

5.4　小さい廃棄確率でのシミュレーション時間の比較

上記では $P(Q > q) = 10^{-4}$ 付近の値で比較しているが，もっと小さい値のパケット廃棄確率での比較を考える．その場合，MC 法では値が得られないので，シミュレーション時間の比は ∞ ともいえるが，もう少し考えてみよう．

$\epsilon = P(Q > q)$ とおいて，パケット廃棄事象を確率 ϵ のランダム事象（ベルヌーイ事象）と考えると，観測回数 n 回中の廃棄事象の発生回数 N は二項分布 $Bi(n, \epsilon)$ に従う．この場合，廃棄確率に対する MC 推定値 $\hat{P}_{\rm MC}$ は $\hat{P}_{\rm MC} = N/n$ となるので，$V[\hat{P}_{\rm MC}] = \epsilon(1-\epsilon)/n \fallingdotseq \epsilon/n$ となる．一方，文献 [1] より，$V[\hat{P}_{\rm IS}] \fallingdotseq \epsilon^2/n$ となる．したがって，$V[\hat{P}_{\rm MC}]$ と $V[\hat{P}_{\rm IS}]$ を同程度にすると，サイクル数の比では MC : IS = 1 : ϵ となる．表 6 によると，1 サイクル当りの時間は，MC 法では 106×10^{-7} [秒] であり，IS 法（サイクル数 10^3 の場合）では 2.5×10^{-3} [秒] である．したがって，上記の見積りによると，シミュレーション時間の比は MC : IS = $1\times106\times10^{-7} : \epsilon\times2.5\times10^{-3} \fallingdotseq 4 : 10^3\epsilon$ となる．例えば，パケット廃棄確率 $\epsilon = 10^{-5}$ に対しては，シミュレーション時間の比は MC : IS = 400 : 1 となり，大幅にシミュレーション時間が短縮される．

6.　む す び

本論文では，DRR のパケット廃棄確率を NS-2 を用いた IS シミュレーションによって推定した．推定値の分散を最小にする最適パラメータを決定し，実際にシミュレーションを行って得られた推定値の精度とシミュレーションの高速性について考察した．

[6] でも述べられているように，IS 法はシミュレーションの確率的構造と数学的構造のトレードオフに基づく方法といえる．その意味で IS 法は MC 法と数学的解法の中間的な方法である．確率的構造のみに基づいているのが MC 法であり，数学的構造のみに基づいているのが待ち行列理論による数学的解法である．MC 法では数学的構造を利用せずに乱数を発生させているので無駄が多く，シミュレーションに時間が掛かる [6]．一方，待ち行列解析では，すべてを数学的に解こうとするために複雑な問題では解析の困難さに遭遇する．IS 法では，大まかな数学的構造に関する知識を利用して無駄な乱数の発生を少なくし，その一方で数学的に複雑な部分はシミュレーションによって推定値を得ている．本論文においては，問題の大まかな数学的構造はキュー長の裾確率の大偏差理論的な構造である．特に，重み関数が (25) で表されていて裾確率の大偏差理論的な構造がとらえられている．その構造ではとらえられない部分，例えば，NS-2 による DRR のアルゴリズムやルータにおける各層のパケット処理プロトコルの部分，等を乱数による確率シミュレーションによって推定値を得ている．

文　　献

[1] J.A. Bucklew, Large Deviation Techniques in Decision, Simulation, and Estimation, Wiley, New York, 1990.
[2] M. Cottrell, J-C. Fort, and G. Malgouyres, "Large

deviations and rare events in the study of stochastic algorithms," IEEE Trans. Autom. Control, vol.AC-28, no.9, pp.907–920, Sept. 1983.

[3] M. Devetsikiotis and J.K. Townsend, "Statistical optimization of dynamic importance sampling parameters for efficient simulation of communication networks," IEEE/ACM Trans. Netw., vol.1, no.3, pp.293–305, June 1993.

[4] ITU-T Recommendation Y.1541, http://www.itu.int/rec/T-REC-Y.1541-200602-I/en

[5] M. Katevenis, S. Sidiropoulos, and C. Courcoubetis, "Weighted round-robin cell multiplexing in a general-purpose ATM switch chip," IEEE J. Sel. Areas Commun., vol.9, no.8, pp.1265–1279, Oct. 1991.

[6] 中川健治，"モンテカルロシミュレーション基礎 —推定精度評価の問題点とその克服，" 信学通誌，no.6, pp.11–20, Sept. 2008.

[7] 小川耕司，中川健治，"MMPP/D/1 キューイングにおける最適 IS シミュレーション分布，" 信学論（B-I），vol.J80-B-I, no.2, pp.64–73, Feb. 1997.

[8] J.S. Sadowsky, "Large deviations theory and efficient simulation of excessive backlogs in a GI/GI/m queue," IEEE Trans. Autom. Control, vol.36, no.12, pp.1383–1394, 1991.

[9] M. Shreedhar and G. Varghese, "Efficient fair queuing using deficit round-robin," IEEE/ACM Trans. Netw., vol.4, no.3, pp.375–385, June 1996.

[10] R. Srinivasan, Importance Sampling, Applications in Communications and Detection, Springer, 2002.

付　　録

1. X の確率とモーメント母関数

引き続く二つのパケット処理終了時刻におけるキュー長差 X の確率 $P(X=x)$ 及び X のモーメント母関数 $\varphi_X(\theta)$ は (16)，(17)，(18) で与えられる．

（証明）　処理中のパケットのパケット長を l_k とすると，$A=X+L$ より $P(X=x|L=l_k)=P(A=x+l_k)$ となる．$A=\sum_{k=1}^{K} n_k l_k = n\cdot l$ なので，

$$
\begin{aligned}
P(X=x) &= \sum_{k=1}^{K} \pi_k P(A=x+l_k) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n\cdot l=x+l_k} \prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda_{kj})
\end{aligned}
$$

を得る．また，モーメント母関数については，

$$
\begin{aligned}
&\varphi_X(\theta) \\
&= \sum_{x\ge -l_{\max}} e^{\theta x} P(X=x) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{x\ge -l_{\max}} e^{\theta x} \sum_{n\cdot l=x+l_k} \prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda_{kj}) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n_1,\cdots,n_K\in\mathbb{N}} e^{\theta(n\cdot l-l_k)} \prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda_{kj}) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k e^{-l_k\theta} \sum_{n_1,\cdots,n_K\in\mathbb{N}} \prod_{j=1}^{K} e^{n_j l_j \theta} R(n_j;\lambda_{kj}) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k e^{-l_k\theta} \prod_{j=1}^{K} \exp\left(\lambda_{kj}\left(e^{l_j\theta}-1\right)\right) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k e^{-l_k\theta} \exp\left(\sum_{j=1}^{K} \lambda_{kj}\left(e^{l_j\theta}-1\right)\right) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \exp\left\{ l_k \left(-\theta + \frac{1}{\mu}\sum_{j=1}^{K} \frac{\Lambda_j}{l_j}\left(e^{l_j\theta}-1\right)\right)\right\} \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \exp\left(f(\theta) l_k\right)
\end{aligned}
$$

を得る．ここで，$\mathbb{N}$ は自然数全体の集合を表す．また，(15) より $\lambda_{kj}=l_k\Lambda_j/\mu l_j$ であることを使った．

2. 指数的測度変換 $P(X^*=x)$ の計算

(19) の解 θ^* によって定義される指数的測度変換 (20) は計算によって (21) となる．

（証明）

$$
\begin{aligned}
&P(X^*=x) \\
&= e^{\theta^* x} P(X=x) \\
&= e^{\theta^* x} \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n\cdot l=x+l_k} \prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda_{kj}) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n\cdot l=x+l_k} e^{\theta^*(n\cdot l-l_k)} \prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda_{kj}) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n\cdot l=x+l_k} e^{f(\theta^*) l_k} \prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda_{kj} e^{l_j\theta^*}) \\
&= \sum_{k=1}^{K} \pi_k \sum_{n\cdot l=x+l_k} \prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda^*_{kj})
\end{aligned}
$$

最後から二つ目の等号を示すために，(18)，(15) より

$$
f(\theta^*) l_k = -l_k\theta^* + \sum_{j=1}^{K} \lambda_{kj} e^{l_j\theta^*} - \sum_{j=1}^{K} \lambda_{kj}
$$

$$= -l_k\theta^* + \sum_{j=1}^{K}\lambda^*_{kj} - \sum_{j=1}^{K}\lambda_{kj}$$

であることを使った．

3. 最適な重み関数の計算

(24) で定義される重み関数 $W_m(i)$ は計算によって (25) となる．

（証明） 時間区間 $t_m(h-1) < t \leq t_m(h)$ において処理されるパケットがフロー k のパケットであるとし，この時間区間に到着するフロー j のパケット数を n_j とする．このとき，(24) の各因子は次のようになる．

$$\frac{P\Big(Q^*(t_m(h))|Q^*(t_m(h-1))\Big)}{P^*\Big(Q^*(t_m(h))|Q^*(t_m(h-1))\Big)}$$

$$= \frac{\prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda_{kj})}{\prod_{j=1}^{K} R(n_j;\lambda^*_{kj})}$$

$$= \prod_{j=1}^{K}\exp\left(-n_j l_j\theta^* + \lambda^*_{kj} - \lambda_{kj}\right)$$

$$= \exp\left(-\theta^*(n\cdot l - l_k) + f(\theta^*)l_k\right)$$

$$= \exp\left(-\theta^*(n\cdot l - l_k)\right)$$

$$= \exp\left(-\theta^* x_m(h)\right) \qquad \text{(A·1)}$$

ここで，$x_m(h) = n\cdot l - l_k$ とおいた．$x_m(h)$ は時間区間 $t_m(h-1) < t \leq t_m(h)$ における全到着 Byte 数 $n\cdot l$ からこの区間で処理される Byte 数 l_k を引いたものであるから，すなわち，$x_m(h)$ はこの区間の両端でのキュー長差を表す．つまり，$x_m(h) = Q^*(t_m(h)) - Q^*(t_m(h-1))$ である．$Q^*(t_m(0)) = 0$ と仮定すると，(24)，(A·1) より

$$W_m(i) = \prod_{h=1}^{i}\exp\Big(-\theta^* x_m(h)\Big)$$

$$= \exp\Big(-\theta^* Q^*(t_m(i))\Big)$$

となる．

（平成 22 年 9 月 14 日受付，12 月 20 日再受付）

和泉　光紀

平 20 長岡技科大・工・電気電子情報卒．平 22 同大大学院修士課程了．同年（株）コナミディジタルエンタテインメント入社．

中川　健治　（正員：シニア会員）

昭 55 東工大・理・数学卒．昭 60 同大大学院博士課程満期退学．昭 60 NTT 研究所入社．情報理論，ATM 容量設計等の研究に従事．平 4 長岡技科大工学部助教授．平 19 同准教授．ネットワーク特性評価，待ち行列理論，大偏差理論等の研究に従事．理博．IEEE，情報理論とその応用学会，日本 OR 学会，日本数学会，日本工業教育協会各会員．

横谷　哲也　（正員）

昭 60 東京理科大・理工・情報科学卒，昭 62 同大大学院修士課程了．同年三菱電機（株）入社．以来，高速 LAN，ATM 装置，イーサネットスイッチ，PON システム，ホームゲートウェイ等の開発並びにトラヒック制御，シグナリングプロトコル，性能評価手法に関する研究に従事．現在，同社情報技術総合研究所通信技術部門主管技師長．また，光アクセスシステムを中心とした標準化活動に参加．ITU-T SG15，FSAN (Full Service Access Network) においてエディタを多数経験．現在，ITU-T SG15 WP1/Q1 副ラポータ．日本 ITU 協会賞国際活動奨励賞，電子情報通信学会活動功労賞等受賞．博士（理学）．